**Trabalho Análise do Rn** Grupo 3

Alunos: Caio Nogueira Bindella, Kauan Peçanha Lira, Victor Luís Teixeira Reis

Matrículas: 202110049311 ; 202110048911; 202110045911

Professora Ursula Andrea

**Resoluções**

**1)** A Seção 3 do artigo de Goldberg, "What Every Computer Scientist Should Know About Floating-Point Arithmetic", mergulha nos aspectos sistêmicos da aritmética de ponto flutuante. Nessa seção, o autor discute como as decisões

de design de hardware e software influenciam o comportamento dos números de ponto flutuante em um sistema computacional.

**Principais tópicos abordados na Seção 3:**

• **Representação de números:** Goldberg discute diferentes formatos de representação, como precisão simples e dupla, e como as escolhas de representação afetam o intervalo de valores representáveis e a precisão.

• **Operações aritméticas:** O autor detalha como as operações aritméticas básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) são implementadas em hardware e como os erros de arredondamento se propagam nessas operações.

• **Exceções:** Goldberg aborda as exceções que podem ocorrer durante operações de ponto flutuante, como overflow, underflow e divisão por zero, e as diferentes maneiras de lidar com essas exceções.

• **Biblioteca matemática:** A seção discute a importância de bibliotecas matemáticas de alta qualidade e como elas podem mitigar os efeitos dos erros de arredondamento.

• **Sistemas de números:** Goldberg apresenta uma visão geral de diferentes sistemas de números, como o sistema decimal e o sistema binário, e como eles se relacionam com a representação de números de ponto flutuante.

**Comparativo entre Goldberg e Lafage**

O manuscrito de Vincent Lafage, "Revisiting ‘What Every Computer Scientist Should Know About Floating-Point Arithmetic’", visa complementar e atualizar o trabalho de Goldberg. Lafage aborda tópicos mais recentes e avançados, como:

• **Novas tecnologias:** O manuscrito de Lafage discute como as novas tecnologias, como a computação de alto desempenho e a inteligência artificial, impõem novos desafios à aritmética de ponto flutuante.

• **Erros de arredondamento:** Lafage apresenta análises mais detalhadas dos erros de arredondamento e suas implicações para a estabilidade numérica de algoritmos.

• **Software livre:** O autor enfatiza a importância do software livre para o desenvolvimento de bibliotecas matemáticas de alta qualidade e para a disseminação do conhecimento sobre aritmética de ponto flutuante.

**Em resumo,** enquanto o artigo de Goldberg fornece uma base sólida para a compreensão da aritmética de ponto flutuante, o manuscrito de Lafage oferece uma perspectiva mais atualizada e aprofundada sobre o assunto. Ambos os trabalhos são essenciais para qualquer profissional que trabalhe com computação numérica.

**2)** Para determinar o número de máquina equivalente ao número racional x= 5/900, e calcular seu erro de arredondamento em precisão simples (32 bits), precisamos seguir algumas etapas:

1. **Representar o número como ponto flutuante de precisão simples**: O formato de precisão simples tem 32 bits distribuídos da seguinte forma:

• 1 bit para o sinal.

• 8 bits para o expoente.

• 23 bits para a mantissa (ou fração).

2. **Calcular o valor numérico em ponto flutuante**:

x = 5/900= 1/180= 0.005555…

Este valor precisa ser convertido para um número em base 2 para a representação de ponto flutuante.

3. **Arredondar para a representação de 32 bits**: A conversão para a base 2 e a truncagem/normalização da mantissa determinarão o número de máquina.

4. **Calcular o erro de arredondamento**: O erro de arredondamento ϵ pode ser calculado como:

ϵ = | X - Xaproximado |

O valor de x= 5/900, é aproximadamente 0.005555555555555556. Em precisão simples (32 bits), o número de máquina equivalente é 0.0055555557. O erro de arredondamento calculado é aproximadamente 1.345× 10*−*10.

**3)** Resolva os exercícios a seguir:

* Encontre Re(z) e Im(z), para \*\*24;
* Encontre as soluções complexas da equação .

Solução do primeiro item:

Primeiro, algumas equações importantes para esta solução:

**Conversão da forma algébrica para a forma trigonométrica**

(a + bi) = re\*\*(iΘ)

Em que:

r = √(a² + b²) ; Θ = arctan(b/a)

**Primeira forma de Moivre**

e \*\* (i . n . Θ) = cos(n . Θ) + i . sen(n . Θ)

O primeiro passo é fazer a conversão de ambos numerador e denominador do argumento da potência para a forma trigonometria, de forma que seja mais fácil trabalhar com ambos.

Assim:

1 - i = √(2) . e \*\* (-0,785 . i)

bem como:

1 + √(3)i = 2 . e \*\* (1,047 . i)

Dessa forma, podemos separar o 2 e a raiz de 2 do numerador e denominador, respectivamente, das exponenciais, de forma que posteriormente seja aplicada a Primeira Forma de Moivre nas mesmas. Assim:

z = ( ( √(2)/2 ) \*\* (24) ) . ( ( √(2) . e \*\* ( -0,785 . i ) ) / ( 2 . e \*\* ( 1,047 . i ) ) ) \*\* (24)

É importante salientar também que desta forma, pode-se simplificar as potências das exponenciais. E a resultante é a seguinte:

( 1 / 2 \*\* (12) ) . ( 1 / e \*\* ( 43,968 . i ) )

Agora, é necessário aplicar a Primeira Forma de Moivre, da seguinte forma:

(1/2 \*\* (12)) . (1/e \*\* ( 43,968 . i ))=(1 / 2 \*\* (12)) . ( cos(43,968) + i . sen (43,968) )

Assim, sua **Parte Real** pode ser escrita como:

( 1/ 2\*\* (12) ) . cos( 43,968 )

E sua Parte Imaginária como:

( 1/ 2\*\* (12) ) . sen( 43,968 )

Solução do segundo item:

Para z = ( a + ( b.i ) ), e = ( a - ( b . i ) ), tem-se:

z² . = z

Pode-se considerar a simplificação do expoente quadrado de z pelo expoente um do z do lado direito da equação. Assim, temos:

z . = 1

E, dessa forma, sabe-se que o produto de um número complexo pelo seu conjugado é o módulo do mesmo. Assim:

| z | = 1

Por isso, os únicos valores possíveis de z são 1 e -1. Em ambos os casos, não há parte imaginária existente. Por esse motivo, o valor da Parte Real pode assumir 1 ou -1, somente, sendo essas as soluções complexas deste problema.

**4)** Calcule um valor aproximado de sqrt(34), substituindo a função por sua aproximação linear em x = 36. Qual é a precisão de seu resultado?

A fórmula da aproximação linear de uma função f é:

Nesse exercício, são dados as seguintes informações:

Com esses dados, podemos calcular a aproximação de sqrt(34) substituindo os valores em g(x):

Para saber a precisão do resultado, temos que comparar com o valor exato de sqrt(34):

O erro relativo percentual da aproximação é:

Como o erro está bem baixo, podemos dizer que a aproximação foi bem precisa.

**5)** Estude a convergência do Método de Newton para a resolução da equação , no intervalo [−3, 0], considerando uma precisão de .

Usando o excel, temos o seguinte resultado:

| **n** | **x\_i** | **f(x\_i)** | **f'(x\_i)** | **x\_i+1** | **e = |x\_i+1 - x\_i|** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | -3 | -60 | 48 | -1,75 | 1,25 |
| 2 | -1,75 | -16,796875 | 22,6875 | -1,009641873 | 0,740358127 |
| 3 | -1,009641873 | -4,11626117 | 12,11598138 | -0,669903717 | 0,339738156 |
| 4 | -0,669903717 | -0,656657478 | 8,365735276 | -0,591410022 | 0,078493696 |
| 5 | -0,591410022 | -0,030382514 | 7,597757572 | -0,587411143 | 0,003998879 |
| 6 | -0,587411143 | -7,62809E-05 | 7,559622407 | -0,587401052 | 1,00906E-05 |
| 7 | -0,587401052 | -4,84888E-10 | 7,5595263 | -0,587401052 | 6,41427E-11 |
| 8 | -0,587401052 | 0 | 7,559526299 | -0,587401052 | 0 |
| 9 | -0,587401052 | 0 | 7,559526299 | -0,587401052 | 0 |
| 10 | -0,587401052 | 0 | 7,559526299 | -0,587401052 | 0 |
| 11 | -0,587401052 | 0 | 7,559526299 | -0,587401052 | 0 |
| 12 | -0,587401052 | 0 | 7,559526299 | -0,587401052 | 0 |
| 13 | -0,587401052 | 0 | 7,559526299 | -0,587401052 | 0 |
| 14 | -0,587401052 | 0 | 7,559526299 | -0,587401052 | 0 |
| 15 | -0,587401052 | 0 | 7,559526299 | -0,587401052 | 0 |
| 16 | -0,587401052 | 0 | 7,559526299 | -0,587401052 | 0 |

Tabela 1: Resultados do método de newton para a função -3x²+3x+3

O método de Newton converge com bastante agilidade para o resultado e, como pode ser visto na tabela, a partir da 6° iteração já conseguimos obter uma precisão da ordem de . Logo, podemos afirmar que a raiz da função é .